

一类不确定非线性系统变结构自适应鲁棒控制

杨盐生, 贾欣乐

(大连海事大学航海技术研究所, 辽宁大连 116026)

摘要: 本文针对一类不确定非线性系统, 在假设系统模型参数和不确定性界都未知的情况下, 提出了一个变结构自适应鲁棒控制算法, 该算法在确保闭环系统稳定的前提下, 在线对系统模型参数和不确定性界进行估计. 最后以船舶减摇鳍非线性控制系统为例, 进行了变结构鲁棒自适应控制器的设计, 经仿真研究表明, 所提出的算法是有效的.

关键词: 非线性系统; 变结构控制; 鲁棒控制; 自适应控制; 船舶减摇鳍控制

中图分类号: TP271.61 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 07-0905-04

Variable Structure Adaptive Robust Control Algorithm for a Class of Uncertain Nonlinear Systems

YANG Yan-sheng, JIA Xin-le

(Institute of Nautical Technology, Dalian Maritime University, Dalian, Liaoning 116026, China)

Abstract: In this paper, a variable structure adaptive robust control algorithm is presented for a class of uncertain nonlinear systems with unknown control gain parameters of the system and unknown bound of uncertainty. An example illustrating the method described is included for ship roll stabilization by fin control system. It is shown that it makes the designed system guarantees the performance of robustness with respect to the perturbations and uncertainties.

Key words: nonlinear system; variable structure control; robust control; adaptive control; ship roll stabilization

1 引言

在工程中, 对于一个系统进行控制器设计时, 系统的非线性和不确定性一直是设计中的难点. 对于系统的非线性, 到目前为止还没有一种统一的设计方法, 尽管如此, 针对一类仿射非线性系统, 变结构控制策略基本上可以解决这类系统的控制. 但是, 任何一个实际系统都具有不同程度的不确定性, 诸如系统数学模型的结构和参数, 或者是外部环境的扰动等. 当系统是线性的, 并且能预先已知系统不确定性的统计信息时, 已有两类控制策略 - 模型参考自适应控制 [1] 和自校正调节器 [2] 很好地解决了这类问题. 但是, 对于不确定的非线性系统, 上述两类控制策略就无能为力了.

针对一类不确定的非线性系统, 当系统模型的估计参数和不确定性界已知的情况下, 文献 [3] 讨论了变结构鲁棒控制器的设计问题. 文献 [4] 在假设系统模型的估计参数为已知, 而不确定性界为未知的情况下, 提出了一个变结构鲁棒自适应算法. 在实际工程中, 系统模型的估计参数和不确定性界都可能是未知. 为此, 本文针对这类系统, 提出了一个变结构自适应鲁棒算法, 该算法在确保闭环系统稳定的前提下, 在线对系统模型参数和不确定性界进行估计. 为了证明所提出的算

法的有效性, 我们以船舶减摇鳍非线性控制系统为例, 设计了船舶减摇鳍变结构鲁棒自适应控制器, 经仿真研究表明, 效果是令人满意.

2 不确定性非线性系统的描述

考虑下列不确定性非线性系统

$$\dot{x}^{(n)} = f_0(X) + f(X, w) + bu(t) \quad (1)$$

其中, $X = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ 为系统的状态, $u(t)$ 为系统的输入. $f_0(X)$ 为已知的系统非线性函数, $f(X, w)$ 为系统的不确定非线性函数, 它包括系统的不确定参数和外界干扰不确定项, w 为系统不确定参数和外界干扰不确定参数矢量. 为了设计变结构控制器的需要, 引入下面几个假设.

假设 1

$$|f(X, w)| \leq \sum_{i=1}^p \rho_i(X) \quad (2)$$

其中, ρ_i 为不确定界的参数化参数, 这里假设为未知的; $\rho_i(X)$ 为已知函数.

对于控制增益 b 也引入下列假设.

假设 2

$$0 < b_{\min} \leq b \leq b_{\max} \tag{3}$$

b_{\min} 和 b_{\max} 是控制增益 b 的上下界参数,式(3)表示它们确实存在,但本文在控制器设计时,假设为未知的.

设 $\hat{b} = (b_{\min} \cdot b_{\max})^{1/2}$, $\bar{b} = (b_{\max}/b_{\min})^{1/2}$, 则有

$$-1 \leq \frac{\hat{b}}{b} \leq \bar{b} \tag{4}$$

其中, \hat{b} 是控制增益 b 的可能估计值, \bar{b} 为控制增益的界限. 由于假设 2, 在控制器设计时, 则假设 \hat{b} 和 \bar{b} 都为未知的.

3 变结构鲁棒控制器设计

为了下面介绍变结构自适应鲁棒控制器设计的方便, 这里简单回顾文献[5]中的变结构鲁棒控制器设计. 考虑的控制问题是使闭环控制系统的稳定问题, 就是设计某个有限控制 $u(t)$ 使系统的状态 $X(t)$ 从某一初态 X_0 , 在有限时间内转移到零态, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = 0 \tag{5}$$

采用变结构控制策略, 其关键是在状态空间中寻找一个合适的滑动模态超平面, 按文献[3]定义为:

$$S(X, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{(n-1)} X(t) = 0, \quad \lambda > 0 \tag{6}$$

经文献[5]讨论可知, 滑动模态运动可以看成是系统式(1)的一个一阶滤波器, λ 是滤波器的截止频率, 一般取小于未建模系统的频率.

由式(5)和式(6)可见, 控制系统的稳定问题等价于设计某种控制律 $u(t)$ 满足下述两个要求:(1)将系统状态在有限时间 t_s 内驱至滑动模态超平面 $S(X, t) = 0$ 内;(2)在 $t \geq t_s$ 以后, 一直将系统状态保持在滑动模态超平面内.

为了达到上述要求, 需满足

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^2(X, t) = \dot{S}S < -|S| \tag{7}$$

式(7)称为滑动模态的可达条件, 其中 $\lambda > 0$ 为设计者选择的参数.

在变结构鲁棒控制时, 一般都假设式(2)和式(3)中不确定界参数 i 、 b_{\min} 和 b_{\max} 为已知的, 为满足滑动模态的可达条件, 提出如下的变结构鲁棒控制算法

$$u(t) = u_{eq} + u_N \tag{8}$$

其中, $u_{eq} = -\hat{b}^{-1} \left[f_0(X) + \sum_{j=1}^{n-1} \binom{n-1}{j} j_X^{(n-j)} \right]$;

$$u_N = -\hat{b}^{-1} (X) \operatorname{sgn}(S);$$

$$(X) = \sum_{i=1}^p i_i(X)$$

$$+ (\bar{b} - 1) \left| f_0(X) + \sum_{j=1}^{n-1} \binom{n-1}{j} j_X^{(n-j)} \right| +$$

变结构鲁棒控制算法式(8)中, u_{eq} 为将系统的状态保持在滑动模态超平面内所需的控制量, 称为等价控制; u_N 用于使系统状态满足滑动模态的可达条件所需的控制量.

4 变结构自适应鲁棒控制器设计

采用上述变结构鲁棒控制律, 需要已知不确定界参数 i 、

b_{\min} 和 b_{\max} . 在工程上, 采用上述算法时, 很难同时给出这些参数或者精确给出. 为了适应系统建模可能存在的不确定性, 本文就系统不确定界参数 i 、 b_{\min} 和 b_{\max} 未知的情况下, 提出一个变结构自适应鲁棒控制.

另外, 上述变结构鲁棒控制律中 u_N 在滑动模态超平面上是不连续的, 这样会产生不理想的高频抖振. 为了改善上述缺点, 我们在滑动模态附近建立一个边界层:

$$B(t) = \{ X : |S(X, t)| \leq \delta \} \tag{9}$$

其中, $\delta > 0$ 的常数, 由设计者选择. 在边界层内, 对 u_N 进行平滑. 在此基础上, 本文给出下列变结构自适应鲁棒控制律

$$u(t) = u_{eq} + u_N \tag{10}$$

其中, u_{eq} 同式(8)中的计算方法; u_N 的计算由下式给出

$$u_N = -\hat{b}^{-1} \left[\sum_{i=1}^{p+1} i(X) + \right] \operatorname{sat} \left(\frac{S}{\delta} \right) \tag{11}$$

其中, $\sum_{i=1}^{p+1} i(X) = \left| f_0(X) + \sum_{j=1}^{n-1} \binom{n-1}{j} j_X^{(n-j)} \right|$;

$$\operatorname{sat}(y) = \begin{cases} y, & |y| \leq 1 \\ \operatorname{sgn}(y), & |y| > 1 \end{cases}$$

由于系统不确定界参数 i 、 b_{\min} 和 b_{\max} 为未知的, 则式(11)中控制增益估计参数 \hat{b} 和不确定性界的估计参数 \wedge 都为未知的, 本文给出了如下的在线自适应律

$$\dot{\hat{b}}^{-1} = -\lambda_1 \left[\sum_{i=1}^{p+1} i(X) + \right] \operatorname{sat} \left(\frac{S}{\delta} \right) S \tag{12}$$

$$\dot{\wedge} = \lambda_2 \sum_{i=1}^{p+1} i(X) |S| \tag{13}$$

其中, $\lambda_1 > 0$ 和 $\lambda_2 > 0$ 为自适应速率修正因子 γ 为加权系数, 由设计者选择; $S = S - \operatorname{sat} \left(\frac{S}{\delta} \right) S$.

定理 1 对于不确定非线性系统(1), 在假设 1 和假设 2 成立的条件下, 若参数 i 、 b_{\min} 和 b_{\max} 为未知的情况下, 取变结构自适应鲁棒控制律式(10), 控制增益估计参数 \hat{b} 和不确定性界估计参数 \wedge 的自适应律式(12)和式(13), 则系统的滑动模态是渐近可达的.

证明 取下列的李雅普诺夫预选函数

$$V = \frac{1}{2} (S^2 + \hat{b}^{-1} (\hat{b}^{-1} - b^{-1})^2 + \wedge^{-1} (\wedge - \wedge_0)^2) \tag{14}$$

则沿滑动模态的运动轨迹, 对上式求时间的导数得

$$\dot{V} = S \dot{S} + \dot{\hat{b}}^{-1} (\hat{b}^{-1} - b^{-1}) \hat{b}^{-1} + \dot{\wedge}^{-1} (\wedge - \wedge_0) \wedge^{-1} \tag{15}$$

为了使用上式, 由式(6)对时间的函数得

$$\dot{S}(X, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{(n)} X(t) = x^{(n)} + \sum_{j=1}^{n-1} \binom{n-1}{j} j_X^{(n-j)} \tag{16}$$

将式(1)代入上式, 并考虑到式(10)、(11), 得

$$\begin{aligned} \dot{S} &= f_0(X) + f(X, \cdot) + \sum_{j=1}^{n-1} \binom{n-1}{j} j_X^{(n-j)} - \hat{b}^{-1} \\ &\quad \left[f_0(X) + \sum_{j=1}^{n-1} \binom{n-1}{j} j_X^{(n-j)} + \left(\sum_{i=1}^{p+1} i(X) + \right) \operatorname{sat} \left(\frac{S}{\delta} \right) \right] \\ &= F - \left[\sum_{i=1}^{p+1} i(X) + \right] \operatorname{sat} \left(\frac{S}{\delta} \right) - (\hat{b}^{-1} - b^{-1}) \\ &\quad \left[\sum_{i=1}^{p+1} i(X) + \right] \operatorname{sat} \left(\frac{S}{\delta} \right) \end{aligned} \tag{17}$$

其中,记 $F = f(X, \cdot)$

$$+ (1 - bb^{-1}) \left[f_0(X) + \sum_{j=1}^{n-1} \binom{n-1}{j} j_{X^{(n-j)}} \right]$$

将式(17)代入式(15)得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & S^T F - S^T \left(\sum_{i=1}^{p+1} \binom{p+1}{i} i(X) + \right) \text{sat} \left(\frac{S}{b} \right) \\ & - S^T (bb^{-1} - 1) \left(\sum_{i=1}^{p+1} \binom{p+1}{i} i(X) + \right) \text{sat} \left(\frac{S}{b} \right) \\ & + \dot{b}^{-1} (bb^{-1} - 1) b^{-1} + \dot{b}^{-1} (\dot{b} -) \dot{b}^{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

分别整理上式有关项

$$\begin{aligned} S^T F \leq & S^T F \leq |S| |F| \leq |S| (|f| + \sum_{i=1}^p |S| | \binom{p}{i} i(X) | \\ & + (bb^{-1} - 1) \left| f_0(X) + \sum_{j=1}^{n-1} \binom{n-1}{j} j_{X^{(n-j)}} \right| \leq |S| \left[\sum_{i=1}^p |S| | \binom{p}{i} i(X) | \right. \\ & \left. + (bb^{-1} - 1) \left| f_0(X) + \sum_{j=1}^{n-1} \binom{n-1}{j} j_{X^{(n-j)}} \right| \right] \end{aligned}$$

若取 $\alpha = \max(1, 2, \dots, p, (bb^{-1} - 1))$, 则上式为

$$\begin{aligned} S^T F \leq & \alpha |S| \left(\sum_{i=1}^{p+1} \binom{p+1}{i} i(X) |S| \right) \\ & - S^T \left(\sum_{i=0}^{p+1} \binom{p+1}{i} i(X) + \right) \text{sat} \left(\frac{S}{b} \right) \\ \leq & - \left(\sum_{i=1}^{p+1} \binom{p+1}{i} i(X) + \right) |S| \\ \leq & - \sum_{i=1}^{p+1} \binom{p+1}{i} i(X) |S| - |S| \end{aligned} \quad (19)$$

将式(19)和式(20)代入式(18),并整理得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - |S| - \sum_{i=1}^{p+1} \binom{p+1}{i} i(X) |S| - (bb^{-1} - 1) \\ & \left(\sum_{i=1}^{p+1} \binom{p+1}{i} i(X) + \right) \text{sat} \left(\frac{S}{b} \right) S + \dot{b}^{-1} (bb^{-1} - 1) b^{-1} \\ & + \dot{b}^{-1} (\dot{b} -) \dot{b}^{-1} \end{aligned} \quad (21)$$

将式(12)和式(13)代入上式,则有 $\dot{V} \leq - |S|$, 根据李雅普诺夫稳定性理论,由式(10)给出的变结构自适应鲁棒控制律能够保证系统滑动模式是渐近可达的。

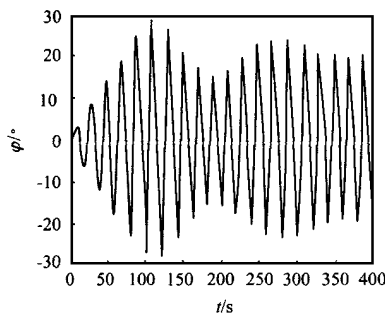


图1 无控制时横摇角变化曲线

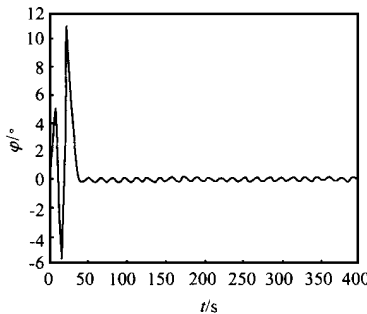


图2 减摇鳍控制下横摇角变化曲线

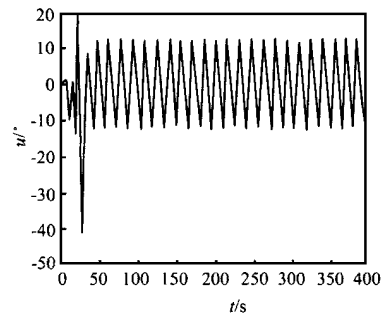


图3 减摇鳍控制角的变化曲线

图1给出了无控制时的船舶横摇角变化曲线.图2和图3分别为船速 $v = 7.71\text{m/s}$ 时,在变结构鲁棒自适应控制律式(25)的控制下的船舶横摇角变化曲线和减摇鳍控制角的变化曲线.图4和图5给出控制增益 b 自适应速率 \dot{b} 的在线估计曲线.图6为滑动模式超平面 s 的变化曲线.从图2可见

5 船舶减摇鳍系统的变结构自适应鲁棒控制器设计

船舶减摇鳍非线性系统的数学模型为:

$$(I_{xx} + J_{xx}) \ddot{\varphi} + N \dot{\varphi} + W \varphi + Dh \left[1 - \left(\frac{\varphi}{v} \right)^2 \right] = F_C + F_W \quad (22)$$

其中, φ 为船舶横摇角; $(I_{xx} + J_{xx})$ 为船舶的转动惯量和附加转动惯量; N 、 W 为阻尼系数; D 为排水量; h 为初稳性高度; v 为船舶的进水角; F_W 为作用于船舶上的波浪和风力矩; F_C 为减摇鳍的控制力矩,可表为

$$F_C = - \rho V^2 A_f C_L \left(\varphi + \frac{\dot{\varphi} l_f}{V} \right) l_f \quad (23)$$

其中, ρ 为水密度; V 为船速; A_f 为减摇鳍的面积; C_L 为升力系数的斜率; l_f 为减摇鳍的作用力臂; φ 为减摇鳍的转角.

将式(22)整理得

$$\ddot{\varphi} = - \varphi - 2 \dot{\varphi} + 3 \varphi + 4 \varphi^3 + bu + f_w \quad (24)$$

其中, $u = \varphi$. 式(24)中的所有参数 $1, 2, 3, 4, b$ 都是未知的.因此,对照式(1),令 $X = [x, \dot{x}]^T = [\varphi, \dot{\varphi}]^T, f_0(X) = 0, f(X, \cdot) = - \varphi - 2 \dot{\varphi} + 3 \varphi + 4 \varphi^3 + f_w$, 则给出如下的变结构自适应鲁棒控制律

$$u(t) = - b^{-1} \left\{ \varphi + \left(\sum_{i=1}^6 \binom{6}{i} i(X) + \right) \text{sat} \left(\frac{S}{b} \right) \right\} \quad (25)$$

其中, $(X) = [|\varphi|, |\dot{\varphi}|, |\varphi|^2, |\dot{\varphi}|^2, |\varphi|^3, 1, |\dot{\varphi}|]^T$;

$$S = \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}; \quad \alpha = 2;$$

$$b^{-1} = \frac{1}{b} \left(\sum_{i=1}^6 \binom{6}{i} i(X) + \right) S;$$

$$\dot{b} = \sum_{i=0}^{n_p} \binom{n_p}{i} i(X) |S|; \quad n_p = 25;$$

$$b_0 = 0.2; \quad \dot{b}_0 = 0.1; \quad \ddot{b}_0 = 0.002$$

本文以一艘船长 175m,排水量 25,000tons 的集装箱船为例进行仿真研究.外界干扰假设为正弦波浪,波高 7 米,波向角 30° .

减摇效果十分显著.

6 结论

本文研究了一类具有不确定性的非线性系统的控制问题,在假设系统模型的控制增益和不确定项参数都未知时,给

出了一个变结构自适应鲁棒控制算法,该算法在确保闭环系统稳定的前提下,在线对系统模型参数和不确定性界进行估计.以船舶减摇鳍非线性系统为研究对象,给出了变结构自适

应鲁棒控制器的设计例,仿真表明,该算法的控制效果显著,而且自适应律给出的系统模型估计参数都基本收敛于实际参数,充分证明本文提出的算法是有效的.

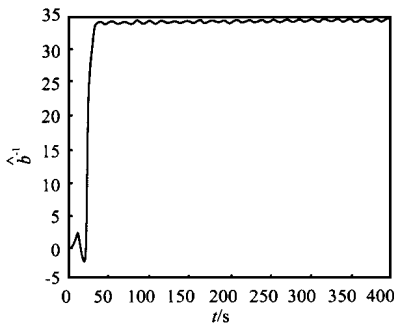


图4 控制增益 b^{-1} 的计算曲线

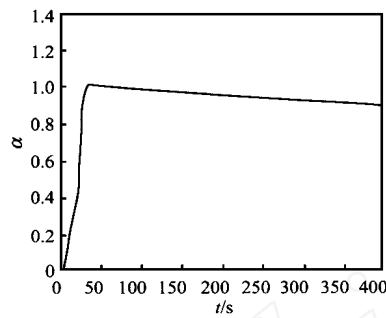


图5 自适应速率 $\hat{\alpha}$ 的计算曲线

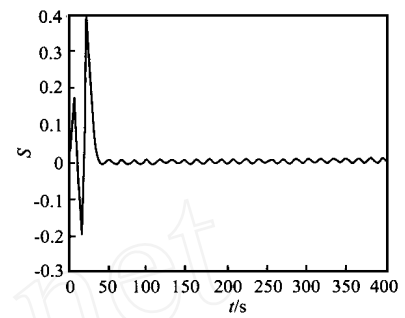


图6 滑动模态超平面 s 的变化曲线

参考文献:

- [1] Landau, I D Adaptive Control ——The Model Reference Approach [M]. Marcel Dekker Inc, 1979.
- [2] Astrom, K J, Wittemark, B. Adaptive Control [M]. Reading, Mass: Addison Wesley.
- [3] 杨盐生, 贾欣乐. 一类不确定非线性系统的变结构鲁棒控制及应用 [J]. 控制理论与决策, 1998, 13(6): 690 - 693.
- [4] 杨盐生, 贾欣乐. 不确定非线性系统变结构鲁棒自适应控制及应用 [J]. 大连海事大学学报, 1998, 24(4): 1 - 8.
- [5] Slotine J J E. Sliding controller design for non-linear systems [J]. International Journal of Control, 1984(40): 421 - 434.

作者简介:



杨盐生 男, 1957 年生于江苏盐城, 大连海事大学航海科学技术研究所教授, 博士生导师, 工学博士. 研究兴趣为船舶运动建模与仿真、神经网络控制、模糊控制、变结构控制及船舶运动控制系统等.

贾欣乐 男, 1932 年生于辽宁辽阳, 大连海事大学轮机工程学院教授, 博士生导师, 长期从事现代控制理论及其船舶运动控制方面的教学和研究工作.